*** 专题评述 ***

# 时滞受控机械系统动力学研究进展*

胡海岩　王在华
(南京航空航天大学振动工程研究所,南京 210016)

**摘要**　反馈环节中的时滞会导致受控系统失稳,制约着机械系统动力学控制技术的发展和应用. 概述了时滞受控机械系统动力学的研究,包括:由刚-柔子结构组成的时滞动力系统的简化,时滞受控系统的实验建模,系统的全时滞稳定性分析和稳定性切换,短时滞系统的稳定性分析,时滞系统的鲁棒稳定性分析,含时滞 Duffing 系统的主共振、亚谐共振及其稳定性分析,非线性时滞系统的周期运动及稳定性的数值分析,非线性时滞系统的周期运动镇定等. 最后,给出了新方法在结构主动控制、车辆主动底盘等方面的应用.

**关键词**　时滞　机械系统　系统简化　稳定性分析　周期运动　车辆主动底盘

近年来,机械系统的动力学控制技术正在迅猛发展. 随着控制速度和要求的提高,控制器和作动器中不可避免的时滞成为一个不容忽视的问题. 例如,数字控制器、抗混滤波器、重构滤波器均有一定的时滞,而液力作动器、人机交互环节的时滞更为突出. 尽管多数情况下这种时滞很小,但仍会使作动器在系统不需要能量时向其输入能量,引起受控系统失稳. 在机器人[1]、车辆主动悬挂系统[2]、高耸结构主动拉索[3]、受控振动-冲击系统[4,5]的设计中,时滞对系统动力学的影响正引起广泛的重视. 另一方面,时滞控制可被用来改善系统的动态性能. 例如,利用时滞反馈控制设计动力吸振器[6]、时滞反馈控制 Duffing 系统的混沌[7]及时滞控制使非线性系统线性化[8]等等.

具有时滞的受控机械系统一般可离散化为含时滞的常微分方程组. 尽管常微分方程组所包含的未知函数有限,但时滞意味着系统当前状态的变化依赖于过去历史,故方程的解空间是无限维的,因此,含时滞动力系统的理论分析往往很困难. 数学界和控制理论界对具有时滞的常微分方程解的适定性、稳定性和分叉已有不少研究[9~13]. 研究表明,一些非常简单的系统由于时滞的存在而表现出非常复杂的动力学行为,如单变量的自治时滞动力系统也会出现混沌.

和用常微分方程所描述的动力系统相比,人们对时滞动力系统的认识还很不够. 比如,对时滞系统稳定性的研究虽然工作很多,但从应用的角度看,不是过于保守就是难以检验;对非线性时滞系统的分叉分析主要集中在 Hopf 分叉,对其他形式的分叉还很少涉及,尤其是对非

1999-08-25 收稿,1999-11-17 收修改稿
* 国家杰出青年科学基金(批准号:59625511)及国家自然科学基金(批准号:19972025)资助项目

线性(不管是弱非线性还是强非线性)时滞动力系统的复杂动态行为的理论研究还相当的少. 数学上绝大多数比较有效的方法和结论尚限于低维线性系统或很简单的非线性系统[14,15].

作者自 1996 年起研究具有可控液力阻尼器的汽车悬架系统动力学和计入司机反应时滞的汽车转向动力学,涉及到一系列具有时滞的高维受控机械系统非线性动力学问题.

# 1 系统建模与化简

## 1.1 理论模型化简

实践中,多数受控机械系统要用多自由度模型来描述,例如,汽车悬架系统的最简模型是 2 自由度非自治系统,对应于 5 维自治系统;而计入司机反应时滞的汽车转向问题需要用 5 维的非自治动力系统来描述. 直接研究高维时滞动力系统常常是很困难的,因而在许多情况下有必要对系统方程作简化.

目前,已有一些简化时滞动力系统的方法. 由于多数受控机械系统中的时滞很短,在动力学分析中属于小量,因此,简化小时滞系统的一种自然想法就是将时滞项作 Taylor 展开,如将位移 $u(t-\tau)$ 替换为 $u(t)-\tau\dot{u}(t)+\tau^2\ddot{u}(t)/2+O(\tau^3)$,获得不含时滞的常微分方程. 在某些情况下也可考虑忽略小时滞,但文献[9]中的反例表明,这种按展开或忽略小时滞的做法是危险的. 文献[13]则证明,增加 Taylor 逼近的阶数一般不能改进系统逼近的精度,所以,Taylor 展开时常是不可行的. 另一种简化方法是 Hankel 算子奇异值方法[16],这种方法仅适用于线性问题,而且计算量相当大. 从数学上讲,最适宜的方法还是类似于讨论常微分方程的 Lyapunov-Schmidt 方法、中心流形化简等方法[10~12,17,18]. 然而,直接运用 Lyapunov-Schmidt 约化方法、中心流形法做系统简化,需要对系统的特征根有相当的了解才行,而这对高维时滞动力系统常常是困难的.

工程中常遇到由刚-柔子结构组成的机械系统. 以研究汽车的铅垂动力学为例,车身与主动/半主动悬架构成一柔性子系统,非簧载质量(车轴、车轮)与轮胎构成一刚性子系统,而液力作动器具有不容忽略的时滞,这些因素使得汽车模型是具有刚-柔子结构的时滞动力系统. 对于这类系统,作者基于中心流形提出了一种新的简化方法,其主要步骤如下[19]:

首先,通过引入适当的小参数和状态变量变换,将含时滞的 $n$ 维时滞动力系统写做奇异扰动方程

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{f}(x_t, y_t) \in \mathbb{R}^m & (1a) \\ \varepsilon\dot{y} = \tilde{g}(x_t, y_t) \in \mathbb{R}^l, \quad 0 < \varepsilon \ll 1, \quad l + m = n, & (1b) \end{cases}$$

其中“·”代表对时间 $t$ 的导数,$x_t(\theta) \equiv x(t+\theta)$,$y_t(\theta) \equiv y(t+\theta)$,$\theta \in [-\tau, 0]$,$\tau > 0$ 为时滞,小参数 $0 < \varepsilon \ll 1$ 可取为柔性子系统的基频与刚性子系统的基频之比. 在极限情况下,刚性子系统趋于无限刚硬,即 $\varepsilon \to 0$,整个系统仅剩下由方程(1a)所描述的 $m$ 维柔性子系统.

为了研究非极限情况下系统的化简,引入快变时间 $\eta = t/\varepsilon$,将方程(1)化为临界稳定的泛函微分方程

$$\begin{cases} x' = \varepsilon\tilde{f}(x_\eta, y_\eta), \\ \varepsilon' = 0, \\ y' = \tilde{g}(x_\eta, y_\eta), \end{cases} \quad (2)$$

并简记为

$$z' = \begin{bmatrix} \varepsilon f(z_\eta) \\ 0 \\ g(z_\eta) \end{bmatrix}, \tag{3}$$

其中 $z = [x^{\mathrm{T}} \quad \varepsilon \quad y^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in {}^{m+l+1}$，“′”表示对新时间 $\eta$ 的导数，且 $f(0)=0, g(0)=0$.

记 $P$ 是 Banach 空间 $C = C([-\tau, 0], {}^{m+l+1})$ 中对应于系统(3)的 $m+1$ 重零特征值的特征子空间，$\Phi$ 是 $P$ 的一组基构成的 $(m+1)\times(m+l+1)$ 矩阵．根据泛函微分方程的中心流形定理，在原点附近存在一个含参数 $\theta \in [-\tau, 0]$ 的函数 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}, \theta)$，使得

$$z_\eta = \Phi \boldsymbol{u} + \boldsymbol{v} \in P \oplus Q, \ \boldsymbol{u} = [u_1 \quad \cdots \quad u_m \quad \varepsilon]^{\mathrm{T}} \in {}^{m+1}, \quad \boldsymbol{v} \in Q. \tag{4}$$

和研究奇异扰动常微分方程一样，通常只能得到 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}, \theta)$ 的级数表示

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}, \theta) = \sum_{i_1 + i_2 + \cdots + i_{m+1} \geq 2} \boldsymbol{h}_{i_1 i_2 \cdots i_{m+1}}(\theta) u_1^{i_1} u_2^{i_2} \cdots u_m^{i_m} \varepsilon^{i_{m+1}}. \tag{5}$$

为了得到式中的系数，需要求解一系列的一阶常微分方程边值问题.

将方程(3)投影到 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}, \theta)$ 上，可以使系统的维数得到大幅度缩减．当刚性子系统的全部特征根皆有负实部时，系统在原点附近的局部动力学可由如下含参数的 $m$ 维常微分方程组来刻画：

$$\begin{bmatrix} \dot{u}'_1 \\ \vdots \\ \dot{u}'_m \end{bmatrix} = f\left( \Phi \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \\ \varepsilon \end{bmatrix} + h\left( \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \theta \right) \right), \tag{6}$$

这说明，降维后的系统(6)与柔性子结构具有相同的维数.

和直接运用中心流形法简化相比，这种简化方法应用起来比较方便，它不需要直接研究原系统的特征根，只需要获悉刚性子系统没有零实部的特征根即可．另外，直接应用中心流形化简时的基矩阵是非常数矩阵，而此处的基矩阵 $\Phi$ 是常数矩阵，从而计算也更简单．利用本方法，可对这类系统作稳定性分析、局部分岔分析等局部动力学研究．就多自由度时滞系统的稳定性问题来说，按常规方法得到的稳定性条件不是偏于保守就是难以检验，而本方法能在较大参数范围内给出实用的稳定性条件．由简化的低维方程(6)，或结合使用泛函微分方程的 Normal Form 计算[18]，可完成多自由度的具刚-柔子结构的时滞动力系统的局部分岔分析，这种方法也适用于多时滞系统.

一个值得进一步研究的问题是，如果系统的物理意义不明显，如何引入奇异小参数和状态变量变换使多自由度时滞动力系统的方程化为方程(1)的形式？

### 1.2 实验建模

受控机械系统的时滞因素多种多样，在系统集成之前无法精确逐一测定．目前，对这类系统的建模多凭借经验给出时滞的量级，尚缺少辨识时滞的方法以及进行理论与实验联合建模的有效技术.

我们从频域和时域两方面探索了时滞受控机械系统的动力学实验建模方法1)．对于工程

1) 张文丰．具有时滞的汽车主动底盘建模与特性评价．南京航空航天大学硕士学位论文，1999

中最常见的具有短时滞的线性系统,其频响函数含有时滞引起的指数函数. 对指数函数采用有限的Taylor展开或Pade有理分式逼近,获得扩阶的等价无时滞系统频响函数,进而由实验数据拟合获得扩阶的等价无时滞系统的物理参数,然后求取原时滞系统的物理参数. 对于具有任意时滞的非线性系统,则从方程残差最小出发,采用最速下降法或模拟退火优化方法直接辨识系统物理参数. 模拟实验表明:频域方法抗噪能力强,时域方法适应的系统类型多,采用时域与频域联合参数辨识方法可望能取长补短.

## 2 线性系统的稳定性

线性时滞动力系统的渐近稳定等价于系统的所有特征根皆有负实部,数学上已有一些稳定性的判别法. 如果系统完全给定,可以利用各种数值方法直接判定特征值是否有负实部. 由于时滞动力系统的特征方程是一含指数函数的超越方程,具有无穷多个根,因此,数值方法的计算工作量一般都很大. 尤其重要的是,待设计的受控系统通常具有某些待定参数,除少数极简单的系统外,已有方法很难给出实用的解析判别式,数值方法则导致巨大的计算工作量. 以下是作者近期对单自由度和多自由度时滞反馈系统稳定性研究的一些结果,其特点是:研究针对含待定参数的时滞动力系统,而所得到的结果简单实用.

### 2.1 单自由度系统的渐近稳定性[20]

对于具有任意时滞的位移和速度反馈系统,作者给出了系统全时滞稳定的充分必要条件,这是一个可供方便使用的代数判据,根据这一判据,对系统全时滞稳定所需的系统位移及速度反馈增益进行分析,提供了实用的设计准则. 阻尼力的存在使得系统全时滞稳定成为可能.

此外,还对给定有限时滞下反馈系统的渐近稳定性进行了定性分析,纠正了目前文献中个别不正确或不全面的结论. 作者发现,当位移反馈通道的时滞远远超过速度反馈通道的时滞时,系统的渐近稳定性最差.

### 2.2 多自由度系统的渐近稳定性[21~23]

首先考察具有单时滞 $\tau$ 的状态反馈系统的全时滞稳定性问题,其特征方程为

$$D(\lambda) \equiv P(\lambda) + Q(\lambda)\exp(-\lambda\tau) = 0, \tag{7}$$

其中 $\tau \geqslant 0$,而 $P(\lambda)$ 和 $Q(\lambda)$ 是两个实系数多项式,满足 $\deg(P) > \deg(Q)$. 当系统处于临界稳定时,方程(7)有纯虚根 $\lambda = \pm \mathrm{i}\omega$,即方程 $D(\mathrm{i}\omega) = 0$ 有实数解 $\pm\omega$,且满足

$$|P(\mathrm{i}\omega)|^2 - |Q(\mathrm{i}\omega)|^2 = 0. \tag{8}$$

上式左端是一个 $2n$ 次仅含偶次项的多项式,可记做

$$F(\omega) = b_0\omega^{2n} + b_2\omega^{2(n-1)} + b_4\omega^{2(n-2)} + \cdots + b_{2(n-1)}\omega^2 + b_{2n}. \tag{9}$$

由特征根关于时滞的连续性可知,系统全时滞稳定性当且仅当:(ⅰ)系统无时滞($\tau = 0$)时是渐近稳定的;(ⅱ)多项式 $F(\omega)$ 无实根. 条件(ⅰ)的检验可由著名的Routh-Hurwitz判据得到解决. 条件(ⅱ)则需要判定含参数的高次代数方程 $F(\omega) = 0$ 有无实根,若系统含待定设计参数时,这并非易事.

作者基于类似经典Sturm判据的广义Sturm序列理论[24],给出了一种简单而系统的方法. 首先,由Routh-Hurwitz判据可得零时滞时系统稳定的充要条件. 其次,计算由多项式 $F(\omega)$ 及其导数 $F'(\omega)$ 的Bezout矩阵

$$\begin{cases} \mathrm{discr}(F) = [c_{2n-i,j-1}]_{2n\times 2n}, \quad i,j = 1,2,\cdots,2n, \\ c_{ij} = [2n - \max(i,j)]b_ib_j - \sum\limits_{k=0}^{\min(i,j)-1}(i+j-2k)b_kb_{i+j-k}, \end{cases} \tag{10}$$

其中 $b_k \equiv 0$，若 $k<0, k>2n$ 或为奇数，定义 Bezout 矩阵的顺序主子式为方程(9)的根的判别式序列，记做

$$D_1(F), D_2(F), \cdots, D_{2n}(F). \tag{11}$$

在广义 Sturm 理论中，判别式序列的作用与经典 Sturm 理论中的 Sturm 序列相当，而对符号律做如下规定：对判别式序列(11)，定义相应的符号序列$[s_1, s_2, \cdots, s_n]$. 若该序列中存在子列$[s_i, s_{i+1}, s_{i+2}, \cdots, s_{i+j}]$，满足 $s_i \neq 0, s_{i+1} = s_{i+2} = \cdots = s_{i+j-1} = 0$ 和 $s_{i+j}\neq 0$，将$[s_{i+1}, s_{i+2}, \cdots, s_{i+j-1}]$用$[-s_i, -s_i, s_i, s_i, -s_i, -s_i, \cdots]$代替，其他情形保持不变，由此得到修改的符号序列. 设 $l$ 是满足 $D_l \neq 0$ 但 $D_m = 0 (m > l)$的正整数，序列(11)的修改符号序列的变号数是 $\nu$，则由广义 Sturm 判据知，当且仅当 $l = 2\nu$ 时，$F(\omega)$无实数根. 由此可方便地列出由不等式组描述的系统全时滞稳定的充分必要条件，所得条件是易于检验的代数判据. 这些工作皆可在计算机代数软件 MAPLE 平台上完成. 当系统含有 1～3 个待定设计参数时，该方法可方便地在参数空间中给出稳定区和不稳定区的图形表述.

全时滞稳定性是文献[9]的一个重要专题，但仅限于一维和二维系统，所介绍的方法不能推广到高维系统. 而本方法将全时滞稳定性问题按一种统一的且非常简洁的方式处理，原则上适合任意维的且以 $P(\lambda) + Q(\lambda)\exp(-\lambda\tau)$为特征多项式的时滞动力系统. 如果系统含有两个时滞，其特征方程形如

$$D(\lambda, \tau_1, \tau_2) \equiv P(\lambda) + Q_1(\lambda)\exp(-\lambda\tau_1) + Q_2(\lambda)\exp(-\lambda\tau_2) = 0, \tag{12}$$

其中 $\tau_1, \tau_2 \geqslant 0$，$P(\lambda)$和 $Q_j(\lambda)$是实系数多项式且满足 $\deg(P) > \deg(Q_i)$，也可按这种方法很方便地讨论其全时滞稳定性[21].

对实际系统来说，一般不能确切地知道时滞的大小，因而需了解时滞对系统稳定性的影响. 作者利用广义 Sturm 序列理论讨论了受控系统随着时滞从无到有，逐渐增长而发生的稳定性切换问题. 根据上述判别式序列的符号表和 Routh-Hurwitz 条件，可以将系统的参数空间分为若干子空间，在不同的子空间中，系统具有不同的稳定性切换次数，从零到任意有限多次，并且最终切换到不稳定. 当上述多项式仅有单根时，稳定性切换次数主要取决于两方面：一是该多项式的正根的个数，二是该多项式的每个正根所对应的临界时滞的差的大小. 如果该多项式至多有一个正的单根，则稳定性的切换次数为 0 或 1，这由无时滞时系统是不稳定的还是稳定的来决定. 而当该多项式有两个及两个以上的正根时，稳定性切换次数要由各临界时滞差的大小关系来确定.

对具有短时滞的受控系统进行简化，并从理论上给出其适用范围是人们所期望的. 对于 $n$ 自由度系统，作者证明了：如果时滞足够短，系统特征方程只有 $2n$ 个位于无时滞反馈系统特征值附近的特征值，因此，可方便地导出系统特征值受短时滞影响的摄动分析公式. 如果无时滞反馈系统渐近稳定，可以在摄动分析公式基础上方便地构造数值算法，跟踪具有最大实部的特征值随时滞增加的变化来确定时滞反馈系统的稳定性. 当然，随着时滞延长，已有诸特征值的危险程度会发生交换；此外，特征方程还会派生新的、危险的特征值.

对于具有刚-柔子结构的多自由度时滞动力系统,可先将系统方程化为具有时滞的奇异扰动方程,再利用泛函微分方程的中心流形定理使系统方程得到简化,从而可方便地得到系统的稳定性条件.数值计算表明,该方法是一种精度相当高的有效方法.

### 2.3 时变系统的渐近稳定性[25]

对具有时滞的时变系统的稳定性,目前还没有有效的研究方法.作者采用时间冻结法并利用 Lyapunov 直接法和 Razumikhin 条件,研究了具有时滞反馈的多自由度线性时变系统的渐近稳定性,分别对具有短时滞的任意反馈系统和具有任意时滞的弱反馈系统给出了渐近稳定性的充分性判据,使系统的稳定性判断归结为求解由系统系数矩阵导出的矩阵奇异值的上下界,总之,这两种判据仍偏保守,故寻求更合理的判据是一个难题.

### 2.4 鲁棒稳定性[26]

数学模型与真实系统之间总有各种误差,最常见的就是系统模型的参数落入给定的区间,但具有不确定性.为了保证系统的稳定性,需要研究模型的鲁棒稳定性(区间稳定性).对于由常微分方程所描述的无时滞系统,Kharitonov 定理使得系统的区间稳定性归结为系统在4种特殊参数组合下的稳定性问题.

作者以单自由度时滞反馈系统为例,用特征根法研究其稳定性,采用 Pade 有理分式逼近特征方程中的指数函数,证明在短时滞条件下可以将含时滞的2阶常微分方程的稳定性转化为研究6次多项式的稳定性,并给出了使这种转化有效的参数估计,进而采用 Kharitonov 定理讨论了短时滞反馈系统的区间稳定性.数值计算表明,这种方法是成功的.原则上,该方法也适宜于多自由度时滞动力系统.

## 3 非线性系统的周期运动

如果计入系统的非线性因素,时滞受控系统的动力学变得相当复杂.已有研究集中在自治系统平衡点的稳定性、时滞引起 Hopf 分叉及自激振动分析.然而,相当多的机械系统,特别是振动控制系统是受外激励的非自治系统,需关心受迫振动、特别是受迫周期振动的动力学行为.

### 3.1 周期运动及其稳定性[27]

作者以简谐激励下具有时滞弱反馈的 Duffing 系统为例,用多尺度方法导出了系统主共振和1/3亚谐共振的一次近似解,进而对主共振和1/3亚谐共振的稳定性进行了分析.经研究发现,若时滞反馈增益与系统阻尼为相同量级,时滞反馈受迫 Duffing 振子与无反馈 Duffing 振子具有相同形态的主共振和1/3亚谐共振.但从振动控制的角度看,时滞对于主动阻尼具有重要作用,支配了系统运动的稳定性、主共振的峰值及亚谐共振的发生条件.当反馈环节中有不可避免的短时滞时,正位移反馈与负速度反馈的组合是最佳选择.

为了计算含时滞的强非线性系统的周期运动,作者将 Poincaré 截面的概念拓广为 Poincaré 板,将无时滞系统周期运动对应于 Poincaré 截面上的不动点拓广为时滞系统周期运动对应于与 Poincaré 板相交的不动弧段,构造了计算周期运动的打靶法和稳定性分析算法.如何将 Poincaré 板的概念应用于非线性时滞反馈系统全局特性分析是值得探索的问题.

### 3.2 周期运动的镇定[28]

实践中,有一类所谓的临界稳定的非线性受控系统,其线性化系统是不完全可控的,它不

能通过线性状态反馈来镇定这类系统．近年来，不少学者对这类系统做了深入的研究，这些研究都是在常微分方程的框架下进行的．考虑到时滞普遍存在于各类控制器中，作者从理论角度研究了假如受控系统的反馈环节存在时滞，如何设计状态反馈来镇定该系统的运动（当然包括周期运动）．在短时滞情况下，该设计包括两步：首先，采用一线性变换和具有记忆的控制器将具有时滞的常微分方程简化为不含时滞的常微分方程；然后，运用中心流形定理来分析局部镇定问题，确定控制规律．当反馈环节的时滞较长时，如果原非受控系统的线性化系统无正实部的特征值，则可利用时滞动力系统的中心流形定理讨论系统的镇定．但是，由于尚不知是否对任何可控系统总可通过时滞状态反馈镇定系统，因此，若原非受控系统的线性化系统有正实部的特征值，则中心流形定理不能直接用到所考察的镇定问题，还有待进一步的研究．

# 4　应用

## 4.1　具有短时滞的受控弹性结构[29]

在结构振动主动控制的设计和实施过程中，避免由模型降阶引起的观测和控制溢出是一个重要问题，人们为此付出了巨大的努力，但实践中仍不乏失败．例如，最简便有效的振动主动控制措施之一是由结构某些部位的速度直接进行负反馈构成主动阻尼，反馈增益越大则主动阻尼越大．但在实验中，当反馈增益增大到一定数值时，已被抑制的振动会失稳，受控结构产生强烈的高频自激振动，通常，人们将这种现象归结为结构高阶模态的控制溢出．

作者证明：具有对位速度负反馈的弹性结构总是渐近稳定的，不会因控制设计中的模态截断而引起控制溢出；但具有跨点速度负反馈的弹性结构则不然．根据对短时滞反馈系统的稳定性分析发现，反馈环节和作动器的时滞是具有对位速度负反馈的结构产生高频自激振动的主要原因．在一定条件下，只要反馈增益足够大，高频自激振动就会发生，产生自激振动的临界反馈增益与临界时滞成反比．

## 4.2　主动拉索[21]

主动拉索是高耸结构风振控制的有效措施．由于采用液力作动器，主动拉索具有不可避免的时滞，甚至是比较长的时滞．作者对由三维时滞常微分方程组描述的主动拉索系统进行了全时滞稳定性分析，给出了解析形式的稳定性条件．研究表明，只有当系统具有结构阻尼时，该系统才有可能是全时滞稳定时．在反馈增益构成的参数平面中，全时滞稳定区域是关于坐标轴对称且包含原点的一个有界连通凸区域．

## 4.3　车辆主动底盘[19,21,22,30,31]

车辆主动底盘包括两个子系统，即具有主动、半主动控制策略的悬架子系统和四轮转向子系统．前者由于液力作动器而具有时滞，后者则含有司机操纵过程引入的时滞．

首先，作者分别研究了这两个子系统的全时滞稳定性问题，给出了解析形式的稳定性条件．研究表明，对具主动悬架结构的车辆来说，也只有当系统具阻尼力时，该系统才有可能是全时滞稳定的，全时滞稳定性区域也具有对称性、连通性和有界性，而四轮转向车辆不存在全时滞稳定性区域．

其次，讨论了两个子系统随着时滞从无到有，逐渐增加而发生的稳定性切换．在这方面，主动悬架车辆和四轮转向车辆也有很大的不同．四轮转向车辆最多发生一次稳定性切换，即系统或者是对任意时滞都不稳定，或系统首先稳定但随着时滞的增加，发生一次切换，从此变

成不稳定．若发生切换，对应的临界时滞都比较小，因此，司机反应滞后对车辆的稳定性有很重要的影响．而主动悬架车辆的稳定性切换问题要复杂得多，它可有任意有限多次稳定性切换，其临界时滞可大可小．如果无时滞对应的主动悬架车辆是不稳定的，那么，可以通过调节时滞量的大小使系统得到稳定．

最后，运用中心流形法研究了主动悬架车辆系统对应于有限时滞时的稳定性，得到了易于检验的稳定性条件．此外，还对不同的控制策略讨论了时滞对控制效果的影响．

## 参 考 文 献


1 Stepan G, Haller G. Quasi-Periodic oscillation in robot dynamics. Nonlinear Dynamics, 1995, 8(4): 513

2 Palkovics L, Venhovens P J Th. Investigation on stability and possible chaotic motions in the controlled wheel suspension system. Vehicle System Dynamics, 1992, 21(5): 269

3 Zhang L, Yang C Y, Chajes M J, et al. Stability of active-tendon structural control with time delay. Journal of Engineering Mechanics, 1993, 119(5): 1017

4 Awrejcewicz J, Tomczak K. Analytical stability improvement of the periodic vibro-impact processes. In: Sinha S C. Proceedings of DETC'99, 17th ASME Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, VIB-8002, Las Vegas, ASME 1999

5 Stepan G, Szabo Z. Impact induced internal fatigue cracks. In: Sinha S C, ed. Proceedings of DETC'99, 17th ASME Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, VIB-8351, Las Vegas, 1999

6 Olagac N, Elmali H, Vijayan S, et al. Introduction to the dual frequency fixed delayed resonator. Journal of Sound and Vibration, 1996, 189(3): 355

7 Nakajima H, Ito H, Ueda Y, et al. Automatic adjustment of delay time and feedback gain in delayed feedback control of chaos. IEICE Trans. Fundamentals, 1997, E80-A(9): 1554

8 Youcef-Toumi K, Wu S T. Input/output linearization using time delay control. Journal of Dynamics Systems. Measurement and Control, 1992, 114(3): 10

9 秦元勋，刘永清，王 联，等．带有时滞的动力系统的稳定性，第二版．北京：科学出版社，1989

10 Stepan G. Retarded Dynamical Systems: Stability and Characteristic Functions. Essex: Longman Scientific and Technical, 1989

11 Gopalsamy K. Stability and Oscillations in Delay Differential Equations of Population Dynamics. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992

12 Diekmann O, Stephan A V G, Lunel S M V, et al. Delay Equations. New York: Springer-Verlag, 1995

13 Elsgolc L E. Introduction to the Theory of Differential Equations with a Delay. Moscow: Nauka, 1964

14 胡海岩．振动主动控制系统的时滞动力学问题．振动工程学报，1997，10(3)：273

15 胡海岩，王在华．非线性时滞动力系统的研究进展．力学进展，1999，29(4)：501

16 Ohta Y, Kojima A. Formulas for Hankel singular values and vectors for a class of input delay systems. Automatica, 1999, 35: 201

17 Stech H W. Hopf bifurcation calculation for functional differential equations. Journal of Math Anal. Appl, 1985, 109: 472

18 Faria F, Magalhaes L T. Normal forms for retarded functional differential equations with parameters and applications to Hopf Bifurcation. Journal of Differential Equations, 1995, 122: 181

19 Wang Z H, Hu H Y. System reduction for delayed dynamic systems of stiff-soft structures with application to stability analysis of active suspension of ground vehicle model. Nonlinear Dynamics, 2000

20 Hu H Y, Wang Z H. Stability analysis of damped SDOF systems with two time delays in state feedback. Journal of Sound and Vibration, 1998, 214(2): 213

21 Wang Z H, Hu H Y. Delay-independent stability of retarded dynamic systems of multiple degrees of freedom. Journal of Sound and Vibration, 1999, 226(1): 57

22 Wang Z H, Hu H Y. Stability switches of dynamic systems with unknown parameters. Journal of Sound and Vibration, 2000

23 Hu H Y, Dowell E H, Virgin L N. Stability estimation of linear dynamical systems under state delay feedback control. Journal of Sound and Vibration, 1998, 214(3): 497

24 杨　路,张景中,侯晓荣. 非线性代数方程组与定理机器证明. 上海:上海科技教育出版社, 1996

25 Wang Z H, Hu H Y. Stability of linear time variant dynamic systems with multiple time delays. Acta Mechanica Sinica, 1998, 14(3): 274

26 Wang Z H, Hu H Y. Robust stability test for retarded dynamic systems by using pad Approximation. Nonlinear Dynamics, 1999, 18(3): 279

27 Hu H Y. Dowell E H, Virgin L N. Resonance of a harmonically forced doffing oscillator with time delay feedback control. Nonlinear Dynamics, 1998, 15(4): 311

28 Wang Z H, Hu H Y. Stabilization to nonlinear systems with short time delay in state feedback. In: Sinha S C, ed. Proceedings of DETC'99, 17th ASME Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, VIB-8029, Las Vegas, ASME 1999

29 胡海岩. 受控弹性结构的高频自激振动. 振动工程学报,1999, 12(2): 188

30 Hu H Y, Wu Z Q. Stability and hopf bifurcation of a four-wheel-steering vehicle involving driver's delay. Nonlinear Dynamics, 2000

31 张文丰,翁建生, 胡海岩. 时滞对车辆悬架"天棚"阻尼控制的影响. 振动工程学报,1999,12(4): 531